

文章编号 1004-924X(2007)10-1577-06

光电经纬仪的机电动力学建模与耦合

李 慧^{1,2}, 沈湘衡¹

(1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033;

2. 中国科学院研究生院, 北京 100039)

摘要:以光电经纬仪伺服跟踪系统为研究对象,基于动量矩定理和欧拉动力学方程,推导出了系统中跟踪架非线性的双轴耦合动力学模型,对跟踪架各轴间的转动惯量耦合、速度耦合及动力学耦合作用规律进行了研究,从理论上给出了它们之间的解析关系式。根据系统中执行元件力矩电机的方程,最终建立了描述跟踪伺服系统中被控对象动态特性的机电动力学模型,分别采用比较测试方法与计算机仿真方法验证了理论模型的正确性,为后续研究、设计高精度的跟踪控制器和控制参数的选取及优化提供了理论参考和模型基础。

关键词:光电经纬仪;机电动力学;耦合;建模

中图分类号:TH761.1;V556 **文献标识码:**A

Electromechanical dynamic modeling and coupling for optoelectronic theodolite

LI Hui^{1,2}, SHEN Xiang-heng¹

(1. *Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;*

2. *Graduate School of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China*)

Abstract: The tracking servo system of an optoelectronic theodolite is studied based on the momentum moment theorem and Euler dynamic equation. The mathematical relationship and the nonlinear biaxial coupling dynamic model of gimbal system are derived by analysis and research of the coupling action of inertia moment, velocity and dynamics of axes in gimbal system. Then a electromechanical dynamic model for describing the dynamic characteristics of tracking servosystem is established according to the torque motor equation of execute component and is verified by comparison of testing method and computer simulation respectively. The model can set up a foundation for the further simulation and experimental research and can provide theoretical references for the design and simulation verification of the tracking servosystem of optoelectronic theodolite.

Key words: optoelectronic theodolite; electromechanical dynamics; coupling; modeling

1 引言

光电经纬仪跟踪伺服系统的作用是使光电探测器的视轴精确地跟踪目标视线的运动,实现这一目标需要设计跟踪控制器,而系统控制及动力学模型的建立为跟踪控制器的设计和仿真验证提供了模型基础,它的准确度直接影响仿真设计的效果^[1]。作为系统被控对象的三轴跟踪架由于存在轴间运动学和动力学耦合关系,对视轴稳定指向目标和系统的动态性能会产生影响,要得到高性能的三轴跟踪伺服系统,有必要对各轴间的耦合关系进行研究。本文主要介绍了跟踪伺服系统的关键环节——跟踪架的非线性动力学模型的建模过程,根据其结构推导了各轴间的转动惯量、运动学耦合关系和动力学耦合关系,并最终导出了描述其动态特性的状态方程形式的机电耦合动力学模型。对其进行仿真研究,验证了所建模型的正确性,该模型为光电经纬仪跟踪控制器的性能分析及仿真验证奠定了基础。

2 光电经纬仪跟踪伺服系统简介

光电经纬仪是采用光电技术,具有实时测量和自动跟踪功能的光电测量设备,其简化结构如图 1 所示,水平轴和视轴可绕垂直轴在水平面内做方位运动,视轴可绕水平轴在垂直平面内做俯仰运动,这样只要视轴瞄准目标就能得到指向目标的方位角和俯仰角,执行跟踪测量任务时通过

底座调平装置与固定的地基环相连。跟踪伺服系统是一个由速度内环和位置外环构成的位置随动系统,如图 2 所示,它由力矩电机、功率放大器、跟踪控制器、编码器及三轴跟踪架组成,需根据视轴与目标视线之间的偏差实现高精度的目标跟踪,可看作是由若干构件按一定连接方式组成结构整体并通过伺服回路形成闭环的机电一体化系统^[2-5]。机械跟踪架的机械特性参数和与控制系统(包括跟踪控制器、功放和传感器)有关的控制参数共同决定了跟踪伺服系统的动静态性能,因此,如何将分散在机械动力学和伺服控制理论中的单一研究纳入一个可考虑各种机电耦合影响的统一模型中,以进行系统的机电耦合动力学分析、控制算法与参数分析和仿真试验研究,具有重要的理论意义和实用价值。为了模拟跟踪伺服系统在特定跟踪控制算法及不同输入情况下对所跟踪目标的动态跟踪性能,需要设计跟踪控制器并建立该系统的控制及动力学模型。

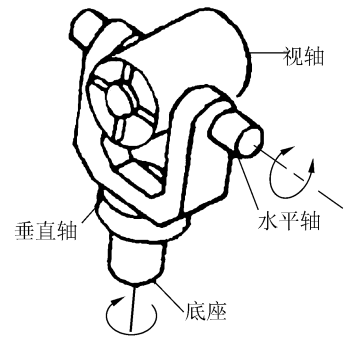


图 1 光电经纬仪简化模型图

Fig. 1 Simplified model of optoelectronic theodolite

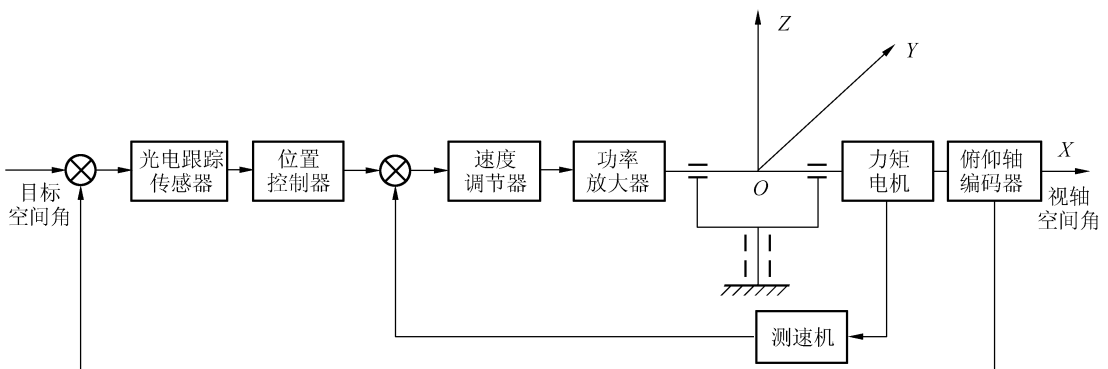


图 2 光电经纬仪跟踪伺服系统原理框图

Fig. 2 Schematic diagram of tracking servo system

3 机电耦合动力学模型的建立

跟踪架是跟踪伺服系统的最终控制对象,由于跟踪控制的变量是跟踪架的运动姿态以调整视轴指向目标,所以主要针对跟踪架动力学特性建模,水平轴绕其转轴运动时会带动视轴做相同运动,这样视轴绕其转轴的俯仰运动和水平轴(包括视轴及负载)的方位运动产生耦合,使得望远镜视轴有了方位俯仰方向的自由度,从而实现目标的跟踪^[6]。

3.1 坐标系的建立

如图 1 所示光电经纬仪可看作是两个活动的刚体框架,为了方便清楚地研究各框架运动及各运动间的耦合关系建立如下坐标系:OXYZ 表示基座坐标系;OX_oY_oZ_o 表示外框架坐标系(方位框),其转动轴 Z_o 固连于垂直轴并与基座坐标系的 Z 轴重合;OX_iY_iZ_i 表示内框架坐标系(俯仰框),其转动轴 X_i 固连于水平轴。图 3 为坐标系变换关系图,其中,角 β 为外框架绕其转轴 Z_o 的转角(相对基座坐标系),角 α 为内框架绕其转轴 X_i 的转角(相对外框架坐标系),此时外框架、内框架绕各自旋转轴的角速度分别为 β̇ 和 α̇,初始状态时三个坐标系完全重合。

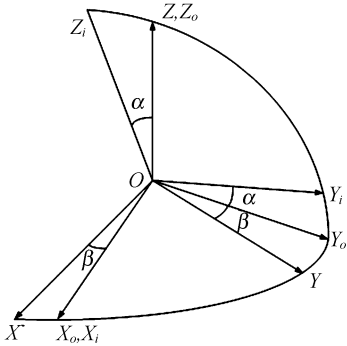


图 3 各轴间坐标变换关系图

Fig. 3 Transformation relationship of three-axis coordinates

3.2 各轴间的转动惯量耦合分析

光电经纬仪方位框转动必定带动俯仰框一起转动,引起转动惯量耦合。定义 A_{oi} 为内框架坐标系 OX_iY_iZ_i 到外框架坐标系 OX_oY_oZ_o 的变换矩阵, A_i 与 A_o 分别为内框架坐标系 OX_iY_iZ_i 与外框架坐标系 OX_oY_oZ_o 到基座坐标系 OXYZ 的变换矩阵。

根据图 3 可求出各变换矩阵如下^[7]:

$$A_{oi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$A_o = \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta & 0 \\ \sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$A_i = A_o A_{oi}. \quad (3)$$

设 J_i 和 J_o 分别为内框(包含各类传感器等负载)和外框(不包含内框)相对各自坐标系的转动惯量矩阵,由于光电经纬仪在设计时就进行了结构动态平衡设计,在装配调试时还要对动态平衡进行补偿,最终达到整个系统的动态平衡,即保证各框架相对于各自坐标系是轴对称的,即:

$$J_k = \begin{bmatrix} J_{zk} & 0 & 0 \\ 0 & J_{yk} & 0 \\ 0 & 0 & J_{xk} \end{bmatrix}, (k=i,o). \quad (4)$$

转动惯量矩阵表达了刚体相对给定坐标系的惯性质,当坐标系发生旋转时,内框相对于外框坐标系 OX_oY_oZ_o 的转动惯量矩阵为 J_{oi} 为:

$$J_{oi} = A_{oi} J_i A_{oi}^{-1} = \begin{bmatrix} J_{xi} & 0 & 0 \\ 0 & J_{yi} \cos^2 \alpha + J_{zi} \sin^2 \alpha & (J_{yi} - J_{zi}) \sin \alpha \cos \alpha \\ 0 & (J_{yi} - J_{zi}) \sin \alpha \cos \alpha & J_{yi} \sin^2 \alpha + J_{zi} \cos^2 \alpha \end{bmatrix}. \quad (5)$$

由式(4)和(5)可得外框架(含内框及负载)对其转动轴 OZ_o 的转动惯量为:

$$J_{\alpha z_o} = J_{z_o} + J_{yi} \sin^2 \alpha + J_{zi} \cos^2 \alpha, \quad (6)$$

内框对其转动轴 OX_i 的转动惯量为:

$$J_{\alpha x_i} = J_{x_i}. \quad (7)$$

由导出公式可以看出,内框绕其转轴的转动惯量为一直数,仅受到外框的牵连运动影响,而与外框的相对位置无关;外框绕其转轴的转动惯量在一个椭圆内变化,除了自身的转动惯量外,还包括内框对外框转轴转动惯量的耦合项。

3.3 各轴间的运动学耦合分析

光电经纬仪方位、俯仰框架间存在速度耦合,且由内向外耦合性减弱,内框角速度是内框自身转速与外框转动引起内框的角速度的叠加。

定义 ω_{oi} = [ω_{xoi} ω_{yoi} ω_{zoi}]^T 为外框转动时引起内框相对于基座坐标系的角速度矢量,在图 3 所示位置时外框、内框绕各自旋转轴的角速度分别为 β̇ 和 α̇,则有:

$$\boldsymbol{\omega}_o = [0 \quad 0 \quad \dot{\beta}]^T, \quad (8)$$

$$\boldsymbol{\omega}_{ii} = [\dot{\alpha} \quad 0 \quad 0]^T, \quad (9)$$

$$\boldsymbol{\omega}_{oi} = [\omega_{xoi} \quad \omega_{yoi} \quad \omega_{zoi}]^T = \mathbf{A}_{oi}^{-1} \mathbf{A}_o^{-1} \boldsymbol{\omega}_o. \quad (10)$$

由式(1)、(2)和(8)可得:

$$\boldsymbol{\omega}_{oi} = [0 \quad \dot{\beta} \sin \alpha \quad \dot{\beta} \cos \alpha]^T. \quad (11)$$

式(9)和(11)应用矢量迭加原理,则内框相对基座坐标系的角速度矢量 $\boldsymbol{\omega}_i$ 为:

$$\boldsymbol{\omega}_i = [\omega_{xi} \quad \omega_{yi} \quad \omega_{zi}]^T = \boldsymbol{\omega}_{oi} + \boldsymbol{\omega}_{ii} = [\dot{\alpha} \quad \dot{\beta} \sin \alpha \quad \dot{\beta} \cos \alpha]^T. \quad (12)$$

3.4 各轴间的动力学耦合分析

由刚体绕定点转动的欧拉动力学方程^[8],根据式(4)和(12),可得内框运动时所需的外加力矩矢量 $\mathbf{M}_i = [M_{xi} \quad M_{yi} \quad M_{zi}]^T$:

$$M_{xi} = J_{xi} \ddot{\alpha} + \dot{\beta}^2 (J_{zi} - J_{yi}) \sin \alpha \cos \alpha, \quad (13)$$

$$M_{yi} = \dot{\beta} J_{yi} \sin \alpha + (J_{xi} + J_{yi} - J_{zi}) \dot{\alpha} \dot{\beta} \cos \alpha, \quad (14)$$

$$M_{zi} = \dot{\beta} J_{zi} \cos \alpha + (J_{yi} - J_{xi} - J_{zi}) \dot{\alpha} \dot{\beta} \sin \alpha. \quad (15)$$

根据式(4)和(9),可得加在外框上的外加力矩矢量 $\mathbf{M}_o = [M_{xo} \quad M_{yo} \quad M_{zo}]^T$:

$$M_{xo} = M_{yo} = 0, \quad (16)$$

$$M_{zo} = J_{zo} \ddot{\beta}. \quad (17)$$

由动量矩定理^[9],内框对定点 O 的动量矩在内框架坐标系上沿 OX_i 轴的分量等于作用在内框转动轴上的转动力矩 M_{oxi} ;作用在外框转动轴上的转动力矩 M_{ozo} 等于内框对定点 O 的动量矩投影到外框后沿外框转动轴 OZ_o 的分量与外框对定点 O 的动量矩在外框架坐标系上沿 OZ_o 轴的分量之和,即有:

$$M_{oxi} = M_{xi}, \quad (18)$$

$$M_{ozo} = M_{zo} + M_{zoi}. \quad (19)$$

作用在内框架上的转动力矩传递到外框架转轴上的力矩 M_{zoi} 为:

$$\mathbf{M}_{oi} = [M_{xoi} \quad M_{yoi} \quad M_{zoi}]^T = \mathbf{A}_{oi} \mathbf{M}_i, \quad (20)$$

将式(1)和式(13)~(17)代入,得到三轴跟踪架系统的动力学方程如下:

$$M_{xi} = J_{xi} \ddot{\alpha} + \dot{\beta}^2 (J_{zi} - J_{yi}) \sin \alpha \cos \alpha, \quad (21)$$

$$M_{ozo} = J_{zo} \ddot{\beta} + \dot{\beta} (J_{yi} \sin^2 \alpha + J_{zi} \cos^2 \alpha) + 2\dot{\alpha} \dot{\beta} (J_{yi} - J_{zi}) \sin \alpha \cos \alpha. \quad (22)$$

3.5 系统机电动力学模型的建立

水平轴和垂直轴上均装有直流力矩电机来驱动跟踪架对目标进行跟踪,联立力矩电机的方程与上节建立的动力学方程,可得整个控制对象的机电动力学模型。

与水平轴直接耦合的直流力矩电机电枢电压

平衡方程为:

$$U_s = C_s \dot{\theta}_s + I_s R_s + L_s \frac{dI_s}{dt}, \quad (23)$$

式中, U_s 为俯仰电机电枢两端电压, I_s 为电枢电流, R_s 为电枢回路总电阻, L_s 为电枢回路总电感, C_s 为电机反电势比例系数, θ_s 为电机轴输出转角。当电机工作在准稳定状态时,电枢电流是周期变化的,电感两端的电压平均值为零,因此电枢电压平衡方程可简化为:

$$U_s = C_s \dot{\theta}_s + I_s R_s. \quad (24)$$

力矩电机电磁作用方程为:

$$M_{ms} = C_{ms} I_s, \quad (25)$$

式中, C_{ms} 为电机力矩系数, M_{ms} 为电机电磁转矩。

由水平轴力矩平衡可得:

$$M_{ms} + M_{sf} = M_{oxi}, \quad (26)$$

式中, M_{sf} 为库仑摩擦力矩。

同理,外框转轴垂直轴上的转动力矩方程可由下述各式得到:

$$\begin{cases} U_c = C_c \dot{\theta}_c + I_c R_c \\ M_{mc} = C_{mc} I_c \\ M_{mc} + M_{cf} = M_{ozo} \end{cases}. \quad (27)$$

由式(21)~(27)可得描述被控系统动态特性的二阶非线性微分方程组:

$$\begin{cases} J_{xi} \frac{R_s}{C_{ms}} \ddot{\alpha} + \frac{R_s}{C_{ms}} (J_{zi} - J_{yi}) \sin \alpha \cos \alpha \dot{\alpha} \dot{\beta}^2 + \\ \frac{R_s}{C_{ms}} M_{sf} + C_s \dot{\alpha} = U_s \\ (J_{zo} + J_{yi} \sin^2 \alpha + J_{zi} \cos^2 \alpha) \frac{R_c}{C_{mc}} \ddot{\beta} + \\ \frac{2R_c}{C_{mc}} \sin \alpha \cos \alpha (J_{yi} - J_{zi}) \dot{\alpha} \dot{\beta} + \\ \frac{R_c}{C_{mc}} M_{cf} + C_c \dot{\beta} = U_c \end{cases}, \quad (28)$$

式(28)即为系统非线性的机电动力学模型,它给出了跟踪伺服系统的电压输入与视轴、水平轴输出转动角度、角速度之间的数学关系,给定目标的运动方程后,可以根据与实际目标的差异判断系统的跟踪精度。

为了保证此动力学模型的正确性,采用模型校核与验证技术中的比较测试方法进行校核。比较测试是通过比较描述同一系统的不同模型之间的差异来检测模型正确性的方法^[10]。为此应用机电系统的拉格朗日-麦克斯韦方程的方法重新推导了该系统的机电动力学模型,经比较,两种推

导方法得到的动力学模型一致。

4 模型仿真研究

本节主要对式(28)的模型进行计算机仿真研究,进一步验证模型的正确性。为便于利用基于状态控制的现代控制理论设计方法进行系统设计与仿真,采用状态方程形式的模型来描述,设系统的状态变量 x 、输入变量 u 和输出变量 y 分别为:

$$x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T = [\alpha \ \dot{\alpha} \ \beta \ \dot{\beta}]^T,$$

$$u = [u_s \ u_c]^T, y = [\alpha \ \beta]^T, \tag{29}$$

则可用类似于线性系统的状态方程模型表示:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \dot{\alpha} \\ \dot{x}_2 = \frac{C_{ms}}{R_s J_{xi}} (U_s - C_s \dot{\alpha}) + \frac{(J_{yi} - J_{zi}) \dot{\beta}^2 \sin \alpha \cos \alpha + M_{st}}{J_{xi}} \\ \dot{x}_3 = \dot{\beta} \\ \dot{x}_4 = \frac{C_{mc} (U_c - C_c \dot{\beta})}{R_c (J_{zo} + J_{yi} \sin^2 \alpha + J_{zi} \cos^2 \alpha)} - \frac{2 \dot{\alpha} \dot{\beta} \sin \alpha \cos \alpha (J_{yi} - J_{zi}) + M_{ct}}{J_{zo} + J_{yi} \sin^2 \alpha + J_{zi} \cos^2 \alpha} \end{cases} \tag{30}$$

用 SIMULINK 表示的仿真模型如图 4 所示:

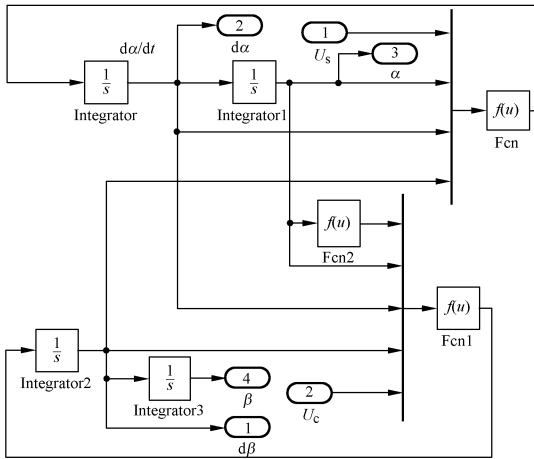


图 4 仿真模型图

Fig. 4 Simulation model

图 5 与图 6 分别是当内框、外框的输入为幅值为 2 V,周期为 10 s 的正弦控制电压时,俯仰轴和方位轴的角度与角速度输出。仿真结果表明外框的转动将影响内框的运动姿态,体现了三轴之间的速度耦合性,同时也说明了转动惯量的耦合,仿真

结果与理论分析一致,证明了所建立动力学模型的正确性,可以作为进一步系统设计及仿真的数学模型。

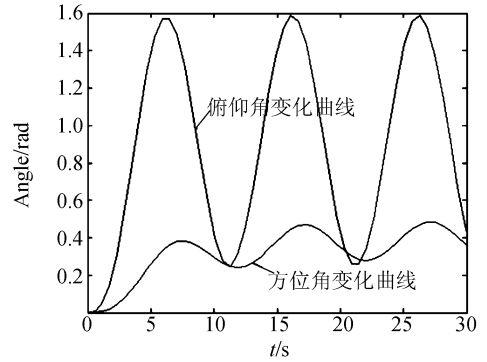


图 5 方位轴、俯仰轴的角度输出变化曲线

Fig. 5 Output curves of azimuth angle and elevation angle

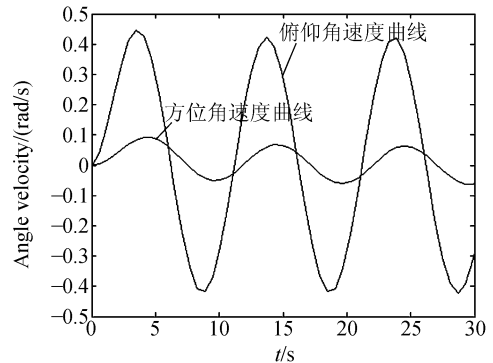


图 6 方位、俯仰转动角速度耦合曲线

Fig. 6 Coupling curves of azimuth and elevation angular velocities

5 结论

(1)本文研究了光电经纬仪跟踪伺服系统中机械跟踪架系统的理论建模过程,利用欧拉方程和动量定理分析了各轴间的转动惯量、运动学和动力学耦合,建立了其非线性的双轴耦合动力学模型。研究表明,通过机械结构合理设计使转动惯量呈轴对称分布,或者选用新型材料减小各轴间的转动惯量,将会使各轴间的耦合关系变得简单。

(2)建立了描述被控对象动态特性的机电动力学模型,并分别通过比较检测方法和计算机仿真方法验证了模型的正确性。仿真表明:耦合随

着幅值的增大而增大,随着频率的增大而减小,而且频率对耦合的影响大于幅值对耦合的影响。

(3)研究表明作为被控对象的跟踪架是一个非线性的双轴耦合的受控体,推导出的便于分析、设计及仿真研究的状态方程形式的数学模型为后

续从被控对象的角度出发进行跟踪控制器的设计奠定了模型基础。所得到的一些结论,可以指导跟踪伺服系统设计、现有系统的性能分析以及控制器的进一步改进和同类设备的理论分析。

参考文献:

- [1] 王亦克,张淑梅,孟中. MATLAB 仿真技术在光电测量系统设计过程中的应用[J]. 光机电信息,2003,(11):24-28.
WANG Y K, ZHANG SH M, MENG ZH. Application of MATLAB simulation technology in the design of optoelectronic measuring system[J]. *OME Information*, 2003(11): 24-28. (in Chinese)
- [2] 王红宣,高慧斌,张淑梅. 光电经纬仪的高精度电视自动跟踪[J]. 电光与控制,2006,13(4):107-109.
WANG H X, GAO H B, ZHANG SH M. High-precision TV auto-tracking system of photoelectric theodolite[J]. *Electronics Optics & Control*, 2006, 13(4): 107-109. (in Chinese)
- [3] 马佳光. 捕获跟踪与瞄准系统的基本技术问题[J]. 光电工程,1989,16(3):1-30.
MA J G. The basic technologies of the acquisition, tracking and pointing systems[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 1989,16(3):1-30. (in Chinese)
- [4] 马梦林,卓仁善. CAD/CAE 技术在光电经纬仪跟踪架系统研制中的应用[J]. 光学精密工程,2004,12(4):10-13.
MA M L, ZHUO R SH. Application of CAD/CAE in the development of tracking system for photoelectrical theodolite[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2004,12(4):10-13. (in Chinese)
- [5] 张智永,范大鹏,范世珣. 光电稳定跟踪装置的控制系统设计[J]. 光学精密工程,2006,14(4):681-688.
ZHANG ZH Y, FAN D P, FAN SH X. Servo system design for E-O stabilization and tracking devices[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2006,14(4):681-688. (in Chinese)
- [6] HODGE L. Pointing control of a large ground-based laser tracking telescope[J]. *SPIE*,1992,1697:1261-1272.
- [7] 张毅,肖龙旭,王顺宏. 弹道导弹弹道学[M]. 长沙:国防科技大学出版社,2005.
ZHANG Y, XIAO L X, WANG SH H. *Ballistic Trajectory Missile Ballistics*[M]. Changsha: National University of Defense Technology Press, 2005. (in Chinese)
- [8] 温照森,邱静,陶俊勇. 机电系统分析动力学及其应用[M]. 北京:科学出版社,2003.
WEN X S, QIU J, TAO J Y. *Analytic Dynamics and the Application for Electromechanical System*[M]. Beijing: Science Press, 2003. (in Chinese)
- [9] 哈尔滨工业大学理论力学教研室编. 理论力学[M]. 北京:高等教育出版社,2002.
Theoretical Mechanics Teaching-Research Section of Harbin Institute of Technology. Theoretical Mechanics[M]. Beijing: Higher Education Press, 2002. (in Chinese)
- [10] 刘庆鸿,陈德源,王子才. 建模与仿真校核、验证与确认综述[J]. 系统仿真学报,2003,15(7):925-930.
LIU Q H, CHEN D Y, WANG Z C. An overview of modeling and simulation verification, validation and accreditation[J]. *Journal of System Simulation*, 2003,15(7):925-930. (in Chinese)

作者简介:李 慧(1980—),男,山东聊城人,中国科学院长春光学精密机械与物理研究所博士研究生,主要从事光电测量设备精密检测技术和光电测量设备系统建模与仿真的研究;E-mail: limingj12@163.com
沈湘衡(1952—),男,吉林人,中国科学院长春光学精密机械与物理研究所研究员,主要从事光电测量设备精密检测技术和方法研究。